

## Esercitazione di laboratorio di matematica

# Metodi numerici per la risoluzione di equazioni trascendenti

**Obiettivo dell'esercitazione:** risolvere numericamente le equazioni trascendenti mediante il metodo di bisezione e il metodo del punto fisso.

**Problema:** si abbiano 4 equazioni trascendenti, si vuole trovare la soluzione a queste equazioni utilizzando i metodi numerici appresi a lezione. Ogni equazione deve essere risolta utilizzando ambedue i metodi.

### Scopo dell'esperienza:

Lo studente deve valutare numericamente le soluzioni di 4 equazioni trascendenti utilizzando entrambi i metodi appresi in classe, delle prime 2 equazioni sarà nota la soluzione, mentre per le altre 2 non la si conoscerà.

Ogni equazione sarà studiata graficamente per separare le radici nell'intervallo (sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ ) selezionato.

Per ogni equazione si dovranno costruire 4 tabelle:

N: indica il numero di iterazioni

$\alpha$ : indica il valore numerico della soluzione trovata

$\Delta$ : indica l'errore vero della soluzione secondo la formula  $\Delta = |\alpha_v - \alpha|$  dove  $\alpha_v$  è il valore vero della soluzione.

$\varepsilon$ : indica l'errore stimato

1. Tabella in cui si fissa N e si calcolano tutti gli altri parametri con l'algoritmo di bisezione e del punto unito (prime due tabelle). In questo caso si può provare con valori di N che arrivano anche a  $10^8$ , ovviamente tale valore sarà influenzato dall'equazione scelta e dal tempo che l'algoritmo impiegherà per arrivare alla sua conclusione.

N	$\alpha$	$\Delta$	$\varepsilon$
10			
100			
1000			
10000			
....	....	....	....

Tab.1

2. Tabella in cui si fissa  $\varepsilon$  e si calcolano tutti gli altri parametri con l'algoritmo di bisezione e del punto unito (ultime due tabelle). In questo caso si può provare con valori di  $\varepsilon$  che arrivano anche a  $10^{-8}$ , ovviamente tale valore sarà influenzato dall'equazione scelta e dal tempo che l'algoritmo impiegherà per arrivare alla sua conclusione.

$\varepsilon$	$\alpha$	$\Delta$	N
$10^{-1}$			

$10^{-2}$			
$10^{-3}$			
$10^{-4}$			
....	....	....	....

Tab.2

A partire da queste tabelle si costruiranno i seguenti grafici:

per le prime due tabella:

1. grafico cartesiano  $\alpha$  vs N
2. grafico cartesiano  $\Delta$  vs N
3. grafico cartesiano  $\varepsilon$  vs N

quindi  $3 \times 2 = 6$  grafici

per le ultime due tabelle tabella:

4. grafico cartesiano  $\alpha$  vs  $\varepsilon$
5. grafico cartesiano  $\Delta$  vs  $\varepsilon$
6. grafico cartesiano N vs  $\varepsilon$

quindi  $3 \times 2 = 6$  grafici.

In definitiva per un'equazione verranno costruiti 12 grafici.

Per le equazioni di cui non si conosce  $\alpha_v$  non si potrà calcolare l'errore vero  $\Delta$  quindi in questo caso si potranno costruire delle tabelle analoghe a tab.1, e la tab.2 ma senza la colonna  $\Delta$ . Quindi nel caso in questo caso si costruiranno i seguenti grafici:

per le prime due tabella:

1. grafico cartesiano  $\alpha$  vs N
2. grafico cartesiano  $\varepsilon$  vs N

quindi  $2 \times 2 = 4$  grafici

per le ultime due tabelle tabella:

3. grafico cartesiano  $\alpha$  vs  $\varepsilon$
4. grafico cartesiano N vs  $\varepsilon$

quindi  $2 \times 2 = 4$  grafici.

In definitiva per un'equazione verranno costruiti 8 grafici.

In totale si hanno 24 grafici con le prime due equazioni e 16 grafici con le ultime due equazioni, cioè  $24+16=40$  grafici cartesiani.

Per il lavoro con il foglio di calcolo elettronico si raccomanda:

1. Tutte le tabella deve essere riportata sul foglio di calcolo elettronico.
2. Visto il numero totale dei grafici non è necessario stamparli, per chiarezza espositiva ogni ad ogni grafico deve essere dato un nome identificativo (indicarlo p.e. sopra il grafico stesso). Nell'analisi dei risultati verrà riportato il nome identificativo quando si analizzerà quel particolare grafico.
3. Deve essere presente il titolo del grafico
4. Deve essere presente i nomi degli assi e il loro ordinamento

**Strumenti:** linguaggio di programmazione python, foglio di calcolo elettronico, fogli di carta in formato A4, stampante, eventualmente word processor.

**Consegna:** lo studente deve consegnare entro e non oltre la data stabilita:

1. La relazione deve essere scritta utilizzando il word processor Microsoft Word e stampata su fogli in formato A4 o , in alternativa, scritta su un foglio protocollo a quadretti.
2. La relazione deve seguire lo schema illustrato nel documento: “Come scrivere la relazione di un'esperienza di laboratorio”.
3. Il quarto punto della relazione: Analisi dei risultati deve contenere:
  - a) I 40 grafici richiesti riportati in un documento delfoglio di calcolo e salvati sull'area e/o su un apen-drive.
  - b) Le 4 tabelle utilizzate riportanti il titolo , le unità di misura (se necessarie) e il nome di ciascuna colonna della tabella.
  - c) Un confronto dei due metodi utilizzati mediante l'analisi degli errori.
  - d) Un commento per ogni grafico riportato in cui si evidenzia l'andamento del grafico in relazione ai parametri in gioco ed all'andamento teorico, eventuali scostamenti dall'andamento teorico e quant'altro possa emergere.
  - e) Un commento a riguardo della velocità di convergenza dei due metodi. Quali problemi sono emersi? Come sono stati risolti? A che conclusioni siete arrivati?
  - f) Nella trattazione prova a rispondere ai seguenti quesiti:
    - i. Esaminando le tabelle ed i grafici a tua disposizione cosa si può dedurre a riguardo dell'andamento dell' errore dei risultati rispetto al variare del numero di iterazioni (n)? I risultati confermano la teoria? Esistono delle eccezioni?
    - ii. Esaminando le tabelle ed i grafici a tua disposizione cosa si può dedurre a riguardo dell'andamento della precisione dei due diversi metodi? I risultati confermano la teoria? Esistono delle eccezioni?
    - iii. Che tipo di errore hai utilizzato per rispondere alle domande precedenti? L'errore “vero” o quello stimato? L'errore assoluto o quello relativo?
    - iv. Che criterio hai utilizzato per comprendere quanto i tuoi algoritmi fossero “affidabili” e quindi poi poterli utilizzare su equazioni di cui non conoscevi la soluzione?
    - v. Esaminando le tabelle ed i grafici a tua disposizione noti qualche andamento “particolare” a riguardo dell'errore o della soluzione dell'equazione (p.e. andamenti oscillatori ) ? Se si, come lo spieghi?
    - vi. Esaminando le tabelle ed i grafici a tua disposizione cosa si può dedurre a riguardo dell'andamento del numero di iterazioni (n) rispetto al variare dell'errore commesso? I risultati confermano la teoria? Esistono delle eccezioni?
  - g) Quant'altro possa essere rilevante per una completa comprensione della teoria, dell'algoritmo di calcolo e dei risultati ottenuti.

**Durata:** 8 ore di lezione .

**Si ricorda che:**

- Il lavoro è **individuale**.
- **Dopo 4 ore** di lavoro (cioè tra la fine del secondo giorno e l'inizio del terzo giorno di lavoro) verrà eseguita una **verifica** dei programmi scritti **con** relativa **valutazione**.
- **Il giorno della consegna si deve avere l'elaborato già stampato**, quindi nei giorni precedenti la consegna lo studente deve adoperarsi per la stampa della relazione e dei grafici allegati.
- La relazione deve riportare nome,cognome e classe dello studente, compagni di gruppo e

- data di consegna.
- Ogni eventuale grafico e tabella deve riportare nome,cognome e classe dello studente.