

Occorre innanzitutto verificare che la funzione è invertibile. A tal fine è sufficiente verificare che la sua derivata è sempre positiva nel suo dominio ($\text{dom } f =]2; 6[$) e quindi, essendo la funzione sempre crescente, sarà sicuramente invertibile. Per potere applicare il teorema della derivata della funzione inversa si dovrà poi trovare quale valore della funzione f dà come valore 1, cioè risolvere

$$1 = \ln\left(\frac{2-x}{x-6}\right) \Rightarrow e = \frac{2-x}{x-6} \Rightarrow ex - 6e = 2 - x \Rightarrow x = \frac{2+6e}{1+e}$$

e calcolare $f'(x)$:

$$y = \ln\left(\frac{2-x}{x-6}\right) \Rightarrow y' = \frac{x-6}{2-x} \cdot \frac{-x+6-2+x}{(x-6)^2} \Rightarrow y' = \frac{4}{(2-x)(x-6)}$$

A questo punto si può applicare il teorema già citato e ottenere il risultato voluto:

$$g'(1) = \frac{1}{f'(g(1))} = \frac{1}{\left[\frac{4}{(2-x)(x-6)}\right]_{x=\frac{2+6e}{1+e}}} = \frac{1}{\left[\frac{4}{\left(2-\frac{2+6e}{1+e}\right)\left(\frac{2+6e}{1+e}-6\right)}\right]} = \dots = \frac{5e}{(1+e)^2}$$